ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2005. május 28.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÉRETTSÉGI VIZSGA

Az írásbeli vizsga időtartama: 180 perc

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

- A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal** kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
- A feladatok mellett található téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerül.
- **Kifogástalan megoldás** esetén elég a maximális pontszám beírása a megfelelő téglalapokba.
- Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra.

Tartalmi kérések:

- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
- A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
- Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél **kevésbé részletezett**.
- Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- **Elvi hiba** esetén, egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel mint kiinduló adattal helyesen számol tovább a következő gondolati egységben vagy részkérdésben, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot.
- Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **mértékegység,** akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.
- Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **csak egy** (a magasabb pontszámú) **értékelhető**.
- A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont**) nem adható**.
- Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
- **A vizsgafeladatsor II./B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető.** A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha mégsem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz az, amelyet nem kell értékelni.

I.

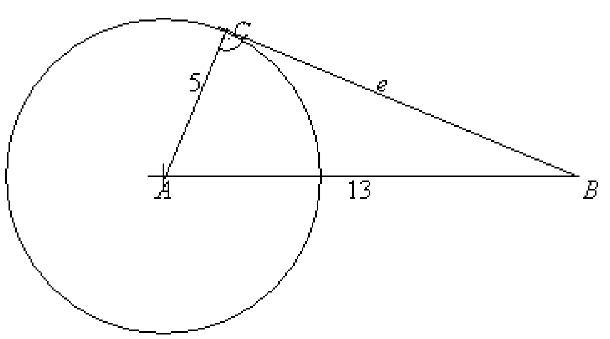
1.		
$x_1 = -7$.	1 pont	
$x_2 = 7$.	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

2.		
A kabát leszállított ára 36 000 Ft.	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

3.		
$A = 2\cdot(15\cdot 12 + 15\cdot 8 + 8\cdot 12) = 792.$	2 pont	
A téglatest felszíne: 792 cm^2.	1 pont	*Mértékegység nélkül ez a pont nem jár.*
Összesen:	**3 pont**	

4.		
$t = \dfrac{\alpha°\cdot r^2\pi}{360°} = 12\pi\ \text{cm}^2 \approx 37{,}7\text{cm}^2$.	2 pont	*A helyes végeredmény közlése bármelyik formában 2 pont.*
Összesen:	**2 pont**	

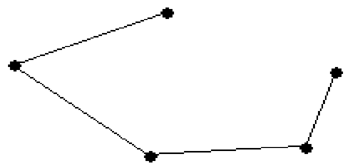
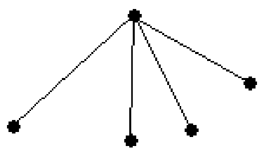
5.		
B	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

6.		
	1 pont	*Az ábráért akkor jár az 1 pont, ha a rajzon a derékszöget is bejelöli. Ha nincs ábra, vagy hiányos az ábra, de a megoldásból egyértelműen kiderül a sugár és az érintő közti összefüggés ismerete, ez az 1 pont akkor is jár.*
Az *ABC* derékszögű háromszögben alkalmazzuk Pitagorasz tételét: $e^2 = 13^2 - 5^2$.	1 pont	*Magyarázat nélkül is jár az 1 pont.*
e = 12 cm.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

7.		
B	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

8.		
$\frac{20}{80}$ vagy $\frac{1}{4}$ vagy 0,25 vagy 25%.	2 pont	*Bármilyen formában adja meg a helyes végeredményt, 2 pont jár.*
Összesen:	**2 pont**	

9.		
$\alpha_1 = 45°$.	1 pont	
$\alpha_2 = 135°$.	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	*A radiánban megadott helyes eredményekre is 2 pont jár.* *Aki periódust is feltüntet, csak 1 pontot kap.*

10.		
Pl.  vagy 	2 pont	*Bármilyen helyes megoldás 2 pont. A pontszám nem bontható.*
Összesen:	**2 pont**	

11.		
$V = r^2 \cdot \pi \cdot m = 10^2 \cdot \pi \cdot 14$.	2 pont	*Az edény térfogatának helyes meghatározásáért 3 pont jár. Ha sugár helyére az átmérőt helyettesíti, akkor a 3 pontból legfeljebb 2 pontot kaphat.*
$V \approx 4398\ \text{cm}^3$. ($\pi \approx 3,14$ esetén $V = 4396\ \text{cm}^3$.)	1 pont	
5 liter = 5000 cm^3, tehát a leves nem fér bele a fazékba.	1 pont	*A helyes válaszra jár az 1 pont, az átváltás nélkül is.*
Összesen:	**4 pont**	

12.		
a)		
$|\underline{a}| = 5$.	2 pont	

Összesen:	**2 pont**	
b)		
$(2;4)$.	2 pont	*Ha a helyes választ ábráról leolvasva adja meg, akkor is jár a 2 pont.*
Összesen:	**2 pont**	

II./A

13.		
a)		
$5\cdot(x-1)+4x=40$,	2 pont	
azaz $x = 5$.	2 pont	
Ez valóban megoldása (behelyettesítés vagy ekvivalencia) az eredeti egyenletnek.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

b)		
Értelmezési tartomány: $x > 1$.	1 pont*	
Logaritmus-azonosság alkalmazásával: $\lg 4(x-1)=2$.	2 pont	*A hivatkozások nélkül is jár a 2-2 pont.*
A logaritmus definíciója alapján: $4(x-1)=100$.	2 pont	
$x = 26$.	1 pont	
Ellenőrzés.	1 pont*	
Összesen:	**7 pont**	
** Ha a gyököt behelyettesítéssel ellenőrzi, vagy a helyesen megállapított értelmezési tartománnyal összeveti, és helyesen hivatkozik az átalakítások ekvivalenciájára, akkor mindkét pontot megkapja. Ha rosszul állapítja meg az értelmezési tartományt, de behelyettesítéssel ellenőriz, 2 pontot kap. Ha jól állapítja meg az értelmezési tartományt, de a kapott gyököt nem veti össze vele, akkor ebből a 2 pontból 1 pontot kap. Ha vizsgálja az értelmezési tartományt, és ennek alapján az x = 26-ot elfogadja, de nem hivatkozik ekvivalens átalakításokra, akkor szintén 1 pont jár.*		

14.		
a)		
A sorozat tagjai: 6; $6 + d$; $6 + 2d$; 1623.	1 pont	
$6 + 3d = 1623$.	1 pont	
$d = 539$.	1 pont	
Az első beiktatott szám: 545.	1 pont	
A második beiktatott szám: 1084.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

b)		
A feltételeknek megfelelő számok: 8; 12; 16; …; 1620.	2 pont	
Ezek a számok egy számtani sorozat egymást követő tagjai.	1pont	

$1620 = 8 + 4 \cdot (n - 1)$.	1 pont	
$n = 404$.	1 pont	
$S_n = \frac{8+1620}{2} \cdot 404$.	1 pont	
$S_n = 328\ 856$.	1 pont	
Összesen:	**7 pont**	

15.

a)

15 méter.	1 pont	
Összesen:	**1 pont**	

b)

A 30. másodpercnél vagy a 31. másodpercben.	2 pont	*Ha több időpontot is megjelöl, nem kaphat pontot.*
Összesen:	**2 pont**	

c)

János.	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

d)

A lehetséges sorrendek száma: $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 18$.	3 pont	*Az összes eset helyes felsorolásáért is jár a 3 pont. **
Összesen:	**3 pont**	

e)

Két esetet kell vizsgálni:	1 pont	*Ha ezt külön nem írja le, de a megoldásból kiderül, ez az 1 pont akkor is jár.*
ha a Delfinek holtversenyben az első helyen végeztek, akkor: $\binom{3}{1} \cdot 2 \cdot 1$ a lehetséges sorrendek száma;	1 pont	
ha a Delfinek nem lettek elsők, akkor $\binom{3}{2}$ a lehetséges sorrendek száma.	1 pont	
A lehetséges sorrendek száma összesen: 9.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	*Az összes eset helyes felsorolásáért is jár a 4 pont. **
** Ha nem teljes a felsorolás, de a lehetséges eseteknek legalább a felét megtalálta, 1–1 pontot kap.*		

II./B

A 16–18. feladatok közül a tanuló által megjelölt feladatot nem kell értékelni.

16.		
a)		
49 + 49 + 14 – 14 – 47 ≠ 0.	1 pont	
Tehát a pont nem illeszkedik a körre.	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	*Jó ábra alapján adott válaszért is 2 pont jár.*

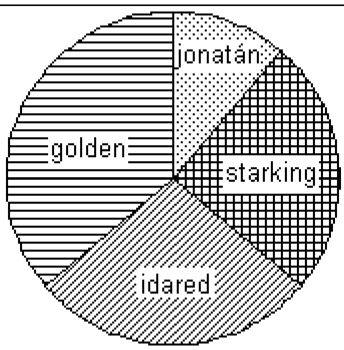
b)		
$(x+1)^2+(y-1)^2=49$.	3 pont	
K (–1; 1).	1 pont	
r = 7.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

c)		
A háromszög harmadik csúcsa az alap felezőmerőlegesén van.	1 pont	*Ha ez a mondat hiányzik, de a megoldásból egyértelműen kiderül ennek használata, ez a pont akkor is jár.*
Az AB oldal felezőpontja: F (3,5; 3,5).	1 pont	
Az AB oldal felezőmerőlegesének normálvektora: $\underline{n}$ (7; 7).	1 pont	
A felezőmerőleges egyenlete: $x + y = 7$.	1 pont	
A háromszög harmadik csúcsát a kör és a felezőmerőleges metszéspontja adja: $\left.\begin{matrix}(x+1)^2+(y-1)^2=49\\ y=7-x\end{matrix}\right\}.$	1 pont	
$x^2-5x-6=0$.	2 pont	
$x_1=6$; x_2-1.	1 pont	
$y_1=1$; $y_2=8$.	1 pont	
$C_1(6;\ 1)$ és $C_2(-1;\ 8)$.	1 pont	*Csak akkor adható, ha A, B, C pontok valóban háromszöget alkotnak.*
Összesen:	**10 pont**	

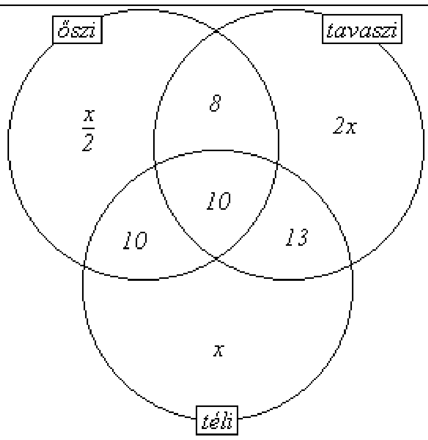
17.		
a)		
$\frac{120}{85}\approx 1{,}41$.	1 pont	
Kb. 41%-kal drágább a jonatán alma.	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	
b)		
$60\cdot120+150\cdot120+195\cdot85+135\cdot85=$	1 pont	

= 53 250 Ft.	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

c)		
Az összes alma mennyisége 540 kg.	1 pont	
Átlagos almaár: $\frac{53\,250}{540}=$	1 pont	
$\approx 98{,}6$ Ft.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

d)		
Az egyes almafajták mennyiségéhez tartozó középponti szögek: 60 kg: $\frac{60\cdot 360°}{540}=40°$; 135 kg: 90°; 150 kg: 100°; 195 kg: 130°.	2 pont	*Ha csak 2–3 számítás jó, akkor 1 pont.* *Helyes kerekítésből adódó eltérések elfogadhatók.*
	4 pont	*Ha a kördiagramról nem derül ki, hogy melyik körcikkhez melyik almafajta tartozik, akkor csak 2 pont jár.*
Összesen:	**6 pont**	

e)		
A kiborult jonatán és idared almák darabszámának aránya: 1,25 : 1.	2 pont	
A keresett valószínűség: $\frac{1{,}25}{2{,}25}=\frac{5}{9}\approx 0{,}56$.	2 pont	
Összesen:	**4 pont**	

18.		
		
a)		
A 8; 10; 10, 13 számokat kell beírni a metszetekbe.	4 pont	
Összesen:	**4 pont**	
b)		
Csak télen szerepelt: x tanuló.	1 pont	*A helyes arányok megállapításáért összesen 4 pont jár, akkor is, ha nem írja be a halmazábrába.*
Csak tavasszal szerepelt: $2x$ tanuló.	1 pont	
Csak ősszel szerepelt: $\frac{x}{2}$ tanuló.	2 pont	
Az egyenlet: $x+\frac{x}{2}+2x+10+10+13+8=188$.	2 pont	
Ebből: $x = 42$.	1 pont	
Tehát 42 olyan tanuló van, aki csak télen szerepelt.	1 pont	
Összesen:	**8 pont**	
c)		
Az A osztályból 5 tanulót $\binom{32}{5}$-féleképpen választhatnak ki.	1 pont	
A B osztályból 5 tanulót $\binom{28}{5}$-féleképpen választhatnak ki.	1 pont	
A kedvező esetek száma: $\binom{32}{5}\cdot\binom{28}{5}$.	1 pont	
Az összes esetek száma: $\binom{60}{10}$.	1 pont	
A keresett valószínűség: $\dfrac{\binom{32}{5}\cdot\binom{28}{5}}{\binom{60}{10}}\approx 0{,}26$.	1 pont	*A kerekített érték kiszámítása nélkül is jár a pont.*
Összesen:	**5 pont**	