JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ A MATEMATIKA KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI 1. FELADATSORHOZ

Formai előírások:

- A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől eltérő színű tollal kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
- A feladatok mellett található téglalapok közül az elsőben a feladatra adható pontszám van, a javító által adott pontszám a mellette levő téglalapba kerül.
- Kifogástalan megoldás esetén elég a megfelelő maximális pontszám beírása a téglalapokba.
- Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes *részpontszámokat* is írja rá a dolgozatra.

Tartalmi kérések:

- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól *eltérő megoldás* születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit és ennek alapján pontozzon.
- A pontozási útmutató pontjai tovább *bonthatók.* Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
- Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél *kevésbé részletezett.*
- Ha a megoldásban *számolási hiba*, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- *Elvi hiba* esetén, egy gondolati egységen belül a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban az elhibázott részt egy újabb részkérdés követi, és a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel mint kiinduló adattal helyesen számol tovább, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot.
- Egy feladatra adott megoldások közül csak egy (a magasabb pontszámú) értékelhető.
- A megoldásokért jutalompont (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) nem adható.
- A vizsgadolgozat I. részében kitűzött feladatok esetében elég a helyes választ megadni, amennyiben a feladat szövege nem rendelkezik másképp. A javítás során azt az eredményt, illetve megoldást kell figyelembe venni, amit a vizsgázó az erre a célra szolgáló keretbe írt. Ha ott esetleges hibás megoldás áthúzása miatt nem maradt hely a vizsgázó által helyesnek ítélt válasz számára, akkor figyelembe vehető a kereten kívül szereplő helyes válasz is.
- Az olyan részszámításokért, részlépésekért nem jár pontlevonás, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
- Ha a pontozási útmutató a feladat ellenőrzéséért pontot ad, akkor az csak abban az esetben adható meg, ha a vizsgázó valamilyen formában írásban rögzíti az ellenőrzés tényét. (Itt minden elvileg helyes módszer elfogadható.)
- A középszintű vizsgafeladatsor II/b részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, melynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani, csak a többi feladatot. Ha ezen előírások alapján a javító számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a *nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó* feladat lesz.

I.

1.		
0,5 liter · 0,028 = 0,014 liter	1 pont	*Az átváltás és a százalékszámítás sorrendje tetszőleges.*
0,014 liter = 0,14 dl.	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

2.		
$\log_2 32 = 5$	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

3.		
$\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \frac{3^5}{2^5} = \frac{3^5}{32} = \left(\frac{3}{2}\right)^5 = 7{,}59375$	2 pont	*Bármelyik helyes megoldás elfogadható.*
Összesen:	**2 pont**	

4.		
$x > 4$	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

5.		
Például: $A = \{0; 1; 2; 5\}$ és $B = \{1; 2; 8\}$	2 pont	*Csak a teljesen jó megoldás kaphat 2 pontot.*
Összesen:	**2 pont**	

6.		
a)		
A: 2 B: 4 C: 1 D: 1 E: 6	2 pont	*Ez a két pont akkor adható, ha legalább 4 válasz helyes. 1 pont akkor adható, ha 2 vagy 3 jó válasz van.*
Összesen:	**2 pont**	
b) 3 mérkőzés van még hátra.	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

7.		
x legyen a fehér golyók száma.		
$5 + x$ golyó van összesen.		
$\frac{x}{x+5} = 0,8$ $x = 0,8x + 4$	3 pont	*Az egyenlet felírásáért vagy jó gondolatmenetért (szöveges okoskodásért).*
$0,2x = 4$		
$x = 20$	1 pont	*A jó végeredményért.*
Összesen:	**4 pont**	

8.		
$17 = a_1 + 5d$	1 pont	
$5 = a_1 + d$	1 pont	
$d = 3$	1 pont	
$a_1 = 2$	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

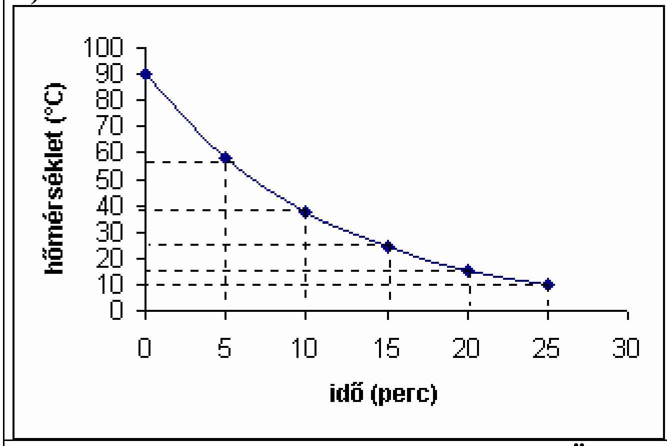
9.		
a) $30 - 25 = 5$ 5 nap	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	
b) $12 + 25 - x = 30$ $x = 7$ 7 nap	2 pont	*Mértékegység nélkül is jár a pont.*
Összesen:	**2 pont**	

10.		
A b) válasz a jó.	2 pont	.
Összesen:	**2 pont**	

11.		
$x^2 - 2x - 8 = 0$ egyenlet gyökei lesznek a zérushelyek:		
$x_1 = -2$	1 pont	
$x_2 = 4$	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

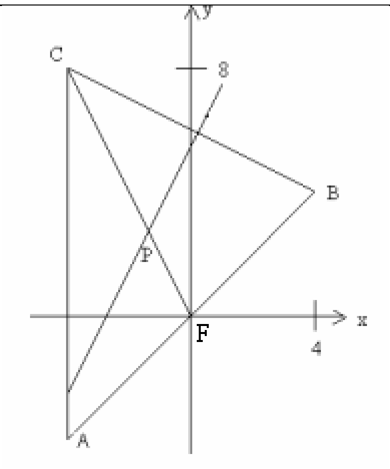
II/A

12.		
a)		
$\cos x = \frac{1}{2}$	1 pont	
$x_1 = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \qquad k \in Z$	2 pont	
$x_2 = \frac{5\pi}{3} + 2l\pi \qquad l \in Z$	2 pont	
Ellenőrzés.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	
b) $\sqrt{3x+1} = \sqrt{5-x^2}$		*Ha az értelmezési tartomány helyes felírásából derül ki, hogy melyik a jó megoldás, akkor is jár a 6 pont. (Ha az értelmezési tartományt helyesen megállapítja, de utána nem tudja megoldani az egyenletet, akkor 2 pont.)*
$3x + 1 = 5 - x^2$	1 pont	
$x^2 + 3x - 4 = 0$	1 pont	
$x_1 = 1$	1 pont	
$x_2 = -4$	1 pont	
Ellenőrzés: – 4 hamis gyök.	1 pont	
Az $x = 1$ a megoldás.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

13.		
a)		
t (perc): 0, 5, 10, **15**, 20, 25 T (°C): **90**, 58,1, **37,5**, 24,2, 15,6, **10,1**	4 pont	*Egy-egy jól kiszámolt érték 1 – 1 pont.*
Összesen:	**4 pont**	
b) 	2 pont	*Ha a pontokat nem köti össze egy exponenciális görbével, akkor 1 pont jár.*
Összesen:	**2 pont**	

c) $T = a \cdot 10^{-bt}$		
Az első értékpárt behelyettesítve: $75 = a \cdot 10^{-b \cdot 0}$	1 pont	
$a = 75$	1 pont	
A másik értékpárt behelyettesítve: $70 = 75 \cdot 10^{-5b}$	1 pont	
$\frac{14}{15} = 10^{-5b}$	1 pont	
$-5b = \lg \frac{14}{15}$	1 pont	
$b \approx 0{,}006$	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

14.		



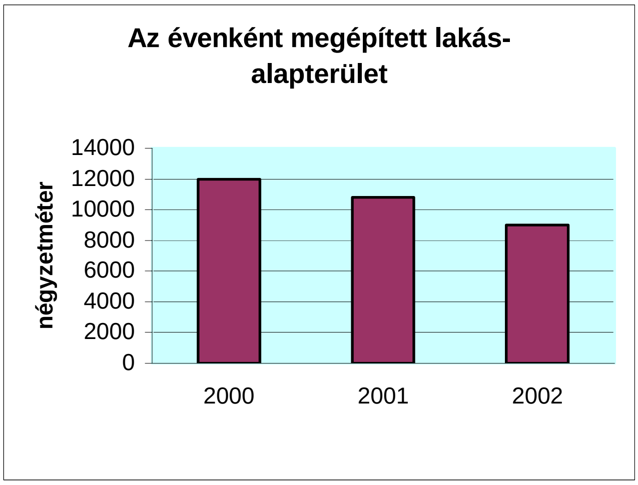
A magasságvonal egyenlete:		
$\overrightarrow{BC}$ (–8; 4)	1 pont	
$\underline{n}$ (–2; 1)	1 pont	
A (–4; –4)		
$-2x + y = 4$	3 pont	*A magasságvonal egyenletéért 5 pont.*
A súlyvonal egyenlete:		
F (0; 0)	1 pont	
$\overrightarrow{FC}$ (–4; 8)	1 pont	
$\underline{n}$ (2; 1)	1 pont	
$2x + y = 0$	2 pont	A súlyvonal egyenletéért 5 pont.

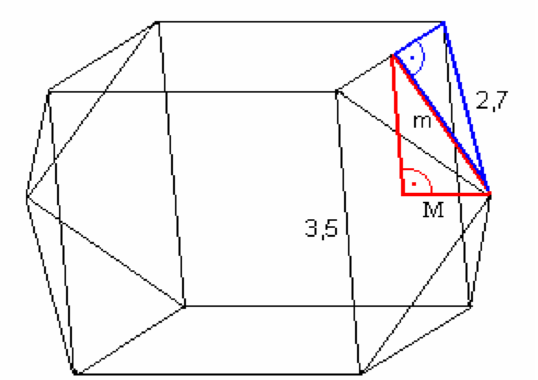
A metszéspontjuk az egyenletrendszer megoldása:		
P (–1; 2)	2 pont	A metszéspont kiszámításáért 2 pont.
Összesen:	**12 pont**	*Ha egy pontos rajzról leolvassa a jó végeredményt, akkor összesen 3 pont adható.*

II/B

A 15 – 17. feladatokból csak kettőt kellett megoldani, és csak kettő értékelhető.

15.		
a) Az oszlopok hossza nem arányos az ábrázolt mennyiségekkel, így az ábra jóval nagyobb növekedést sugall, mint a valóság.	3 pont	
Összesen:	**3 pont**	
b) 2000: 1000 peták/m^2 2001: 1200 peták/m^2	1 pont	
2002: 1600 peták/m^2	1 pont	
2000: $\frac{1{,}2\cdot 10^7}{10^3}$ $m^2 = 12\ 000\ m^2$ új lakás épült.	1 pont	
2001: $\frac{1{,}296\cdot 10^7}{1200} m^2 = 10\ 800\ m^2$ új lakás épült.	1 pont	
2002: $\frac{1{,}44\cdot 10^7}{1600} m^2 = 9000\ m^2$ új lakás épült.	1 pont	
Tehát az egy év alatt felépített bérlakások összes alapterülete évről évre csökkent.	3 pont.	
Összesen:	**8 pont**	

c)		
	3 pont	
Összesen:	**3 pont**	
d) A megadott adatokból nem állapítható meg, mert nem tudjuk egy-egy lakás alapterületét (ami igen változó lehet).	3 pont	
Összesen:	**3 pont**	

16.		
a) Ezt a testet 4 darab 3,5 cm oldalú négyzet és 8 db 2,7 cm szárú, 3,5 cm alapú egyenlő szárú háromszög határolja.		
		
A háromszögek területének kiszámításához szükség van az egyik magasságára, amit Pitagorasz tételével számolhatunk ki:		
$m^2 = 2{,}7^2 - 1{,}75^2$	1 pont	
$m = 2{,}056$	1 pont	
$A = 4 \cdot 3{,}5^2 + 8 \cdot \frac{3{,}5 \cdot 2{,}056}{2}$	2 pont	
$A = 49 + 28{,}784 = 77{,}784$	1 pont	
Tehát a test felszíne kb. 77,8 cm^2.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

b)		
A térfogathoz a kocka és két egybevágó négyzet alapú gúla térfogatát kell kiszámítani.		
$V_1 = 3{,}5^3$	1 pont	
A kocka térfogata 42,875 cm^3.	1 pont	
A gúlák térfogatához a testmagasságot kell kiszámítani Pitagorasz tételével:		
$M^2 = 2{,}056^2 – 1{,}75^2$	1 pont	
$M = 1{,}079$	1 pont	
A gúla térfogata: $V_2 = \frac{T \cdot M}{3}$.		
$V_2 = \frac{3{,}5^2 \cdot 1{,}079}{3}$	1 pont	
A gúla térfogata 4,406 cm^3.	1 pont	
A test térfogata: $V = V_1 + 2V_2 = 42{,}875 + 2 \cdot 4{,}406$	1 pont	
$V \approx 51{,}7\ \text{cm}^3$	1 pont	
$V \approx 51{,}7\ \text{cm}^3 = 51{,}7 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3$.	1 pont	
tömeg = $\rho \cdot V = 2500 \frac{kg}{m^3} \cdot 51{,}7 \cdot 10^{-6} m^3$	1 pont	
Az üvegtest tömege: 0,129 kg.	1 pont	
Összesen:	**11 pont**	

17.		
a) Mértani sorozat, ahol $q = 2;\quad a_1 = 5000;\quad n = 5$.	1 pont	
Az első *n* tag összege: $S_n = 5000 \cdot \frac{2^5 - 1}{2 - 1}$.	1 pont	
$S_n = 155\ 000$	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	
b) $a_6 = a_1 \cdot q^5 = 5000 \cdot 2^5$	1 pont	
$a_6 = 160\ 000$	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	
c) Egy szám hattal osztható, ha 2-vel és 3-mal osztható.	1 pont	
Ezért az utolsó helyen vagy 0, vagy 6 állhat.	1 pont 1 pont	
Összesen:	**3 pont**	
d) Az egyik helyre 25,	1 pont	*Ha nem ír indoklást, csak a szorzatot, akkor is 3 pont jár.*
a másik helyre pedig 24 tanuló közül választhatunk.	1 pont	
$25 \cdot 24 = 600$	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

e) 7 faház van.	1 pont	*Ha nem ír indoklást, csak a végeredményt, akkor is 3 pont jár.*
A lehetséges sorrendek számát 7 elem permutációja adja meg: 7!	2 pont	
Összesen:	**3 pont**	
f) 7 elem ötödosztályú variációja: $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 2520$	 1 pont 2 pont	*Ha nem ír indoklást, csak a szorzatot, akkor is 3 pont jár.*
Összesen:	**3 pont**	