

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2006. február 21.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI MINISZTERIUM

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

- A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal** kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
- A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerül.
- **Kifogástalan megoldás** esetén elég a maximális pontszám beírása a megfelelő téglalapokba.
- Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra.

Tartalmi kérések:

- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
- A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
- Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél **kevésbé részletezett**.
- Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel mint kiinduló adattal helyesen számol tovább a következő gondolati egységben vagy részkérdésben, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változik meg.
- Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **mértékegység**, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.
- Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **csak egy** (a magasabb pontszámú) **értékelhető**.
- A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
- Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
- **A vizsgafeladatsor II. részében kitűzött 5 feladat közül csak 4 feladat megoldása értékelhető.** A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha mégsem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz az, amelyet nem kell értékelni.

I.

1.		
$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ felhasználásával	2 pont	
a megoldandó egyenlet: $2\sin^2 x - 5\sin x - 3 = 0$.	1 pont	
A $\sin x$ -re másodfokú egyenlet megoldásai: $-\frac{1}{2}$ és 3.	2 pont	
A $\sin x = 3$ egyenletnek nincs megoldása, hiszen a $\sin x$ maximális értéke 1.	2 pont	
A $\sin x = -\frac{1}{2}$ egyenlet megoldásai: $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$, ahol $k \in \mathbf{Z}$,	2 pont	<i>Ha fokokban adja meg a helyes eredményt, erre a részre összesen 3 pontot kap. Ha a periódus hiányzik, vagy hibás periódussal adja meg, vagy keveri a fokot és a radiánt stb., akkor legfeljebb 1-1 pont adható.</i>
vagy $x = \frac{7\pi}{6} + 2n\pi$, ahol $n \in \mathbf{Z}$.	2 pont	
A kapott számok megoldásai az eredeti egyenletnek is.	1 pont	
Összesen:	12 pont	

2. a)		
$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$, ezért 120 db ötjegyű számot kapunk.	2 pont	
Összesen:	2 pont	
b)		
Egy egész szám 12-vel pontosan akkor osztható, ha osztható 3-mal és 4-gyel.	1 pont	
Az ötjegyű számok mindegyike osztható 3-mal, mert a számjegyeinek összege mindegyiknél 21, ami osztható 3-mal.	1 pont	
4-gyel ezen ötjegyű számok közül azok és csak azok oszthatóak, amelyek utolsó két számjegye a következők: 12, 52, 92, 24.	1 pont	<i>Ha a vizsgázó nem adja meg mindegyiket, az 1 pont nem adható.</i>
Az ötjegyű számban az első három számjegyből álló szám hatféle lehet, ha a két utolsó számjegyet rögzítettük,	2 pont	
így az ötjegyű számok között $4 \cdot 6 = 24$ db 12-vel osztható szám lesz.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

c)		
Az ötjegyű számok mindegyikében a számjegyek összege 21.	1 pont	
Tehát a számok oszthatók 3-mal.	1 pont	
9-cel viszont nem oszthatók, így egyik szám sem lehet négyzetszám.	2 pont	
Összesen:	4 pont	

3. a)			
Pénzt visszaadja		Pénzt elnyeli	
Italt is ad	Italt nem ad	Italt nem ad	Italt ad
30	90	$160 \cdot 0,1875 = 30$	
A 18,75 % kiszámítása.		1 pont	
10 esetben működik jól, a pénzt elnyeli, és ad italt.		1 pont	
Annak az esélye, hogy jól működik: $\frac{10}{160} = \frac{1}{16} = 0,0625$.		2 pont	
Összesen:		4 pont	

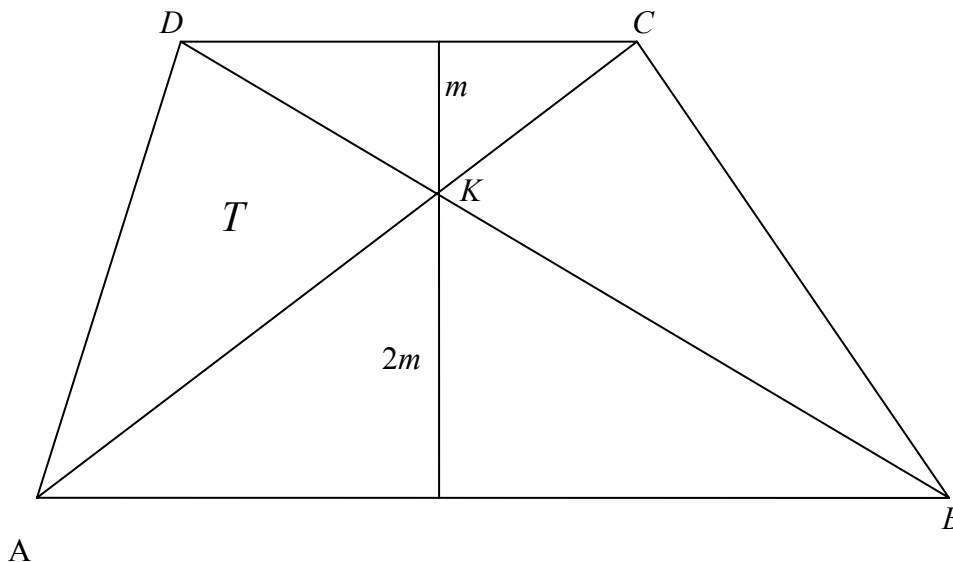
b)		
160 esetből 30-ban az ital mellé visszakapjuk a pénzt is, tehát $\frac{30}{160} = 0,1875$ valószínűséggel ingyen juthatunk italhoz.	2 pont	<i>Kedvező esetek összehasonlításával is indokolható.</i>
Ráfizetünk, ha nem kapjuk vissza pénzt és italt sem kapunk. Ennek valószínűsége: $\frac{30}{160} = 0,1875$.	2 pont	
Tehát a kérdéses valószínűségek egyenlők.	1 pont	
Összesen:		5 pont

c)		
A 160 esetből 120 esetben visszaadja a pénzt.	2 pont	
Mivel pontosan 40 esetben kapok italt, így a „ráfizetés” 0 Ft, azaz nincs ráfizetés.	2 pont	
Összesen:		4 pont

4. a)		
A csoportokban lévő számok számát megadó sorozat: 1; 2; 3; 4; ...; n ; ... A 99-edik csoportban lévő utolsó szám: $1 + 2 + 3 + \dots + 99$,	2 pont	
amely $\frac{1+99}{2} \cdot 99 = 4950$.	2 pont	
Tehát a 100-adik csoport első eleme 4951.	1 pont	
Összesen:	5 pont	
b)		
Ha az 1851 az $n + 1$ -edik csoportban van, akkor $\frac{1+n}{2} \cdot n < 1851 \leq \frac{1+(n+1)}{2} (n+1)$, ahol n pozitív egész számot jelöl.	3 pont	<i>Teljes megoldásnak fogadható el, és maximális pontszám adható, ha a vizsgázó csak az egyik egyenlőtlenséget írja fel, majd oldja meg, ezzel kideríti például azt, hogy az n kisebb vagy egyenlő 60-nál. Mivel a legnagyobb lehetséges n ebből a 60, és a 60. blokk utolsó eleme 1830, továbbá a 61. blokkban 61 elem van, ezért a keresett 1851-es szám a 61. blokknak a 21. eleme.</i>
Tehát azt a pozitív egész n -et keressük, amelyre $n^2 + n - 3702 < 0$ és $n^2 + 3n - 3700 \geq 0$.	1 pont	
Az első egyenlőtlenség pozitív egész megoldásai: a 60-nál nem nagyobb pozitív egész számok.	1 pont	
A második egyenlőtlenség pozitív egész megoldásai: a 60-nál nem kisebb egész számok.	1 pont	
Az egyenlőtlenségrendszernek egyetlen egész megoldása van, a 60.	1 pont	
A 60-adik csoport utolsó eleme: $\frac{1+60}{2} \cdot 60 = 1830$.	1 pont	
A 61-edik csoport első eleme 1831. Mivel ennek a csoportnak 61 eleme van, így ennek eleme az 1851 is, mégpedig 21-edik eleme. Tehát az 1851 a 61-edik csoport 21-edik eleme.	1 pont	
Összesen:	9 pont	

II.

5.



<p>Jelöljük a CDK háromszög CD oldalához tartozó magasságát m-mel. Ekkor az ABK háromszög AB oldalához tartozó magassága $2m$. $T_{ABD} = T_{ABC}$, mert a két háromszög közös AB oldalához tartozó magasságuk egyenlő hosszú.</p>	1 pont	<p><i>Jó ábrába beírt helyes összefüggések esetén a szöveges indoklástól eltekinthetünk.</i></p>
<p>Az ABC és az ABD háromszöglapoknak közös része az ABK háromszöglap,</p>	1 pont	
<p>így $T_{ADK} = T_{BKC}$, azaz mindkettő T területű.</p>	1 pont	
<p>A CDK háromszög hasonló az ABK háromszöghöz, (mivel szögeik páronként egyenlők),</p>	1 pont	
<p>és a hasonlóság aránya $\frac{m}{2m} = \frac{1}{2}$.</p>	1 pont	
<p>Mivel a hasonló síkidomok területének aránya a hasonlóság arányának négyzetével egyezik meg, ezért $t_{CDK} : t_{ABK} = 1 : 4$.</p>	2 pont	
<p>A CDK háromszög területét t-vel jelölve: $t_{ACD} = t + T$,</p>	1 pont	
<p>és $t_{ABC} = 4t + T$.</p>	1 pont	
<p>Mivel az ABC és a ACD háromszög AB illetve CD oldalához tartozó magassága megegyezik, és $AB = 2 \cdot CD$, ezért $t_{ABC} = 2 \cdot t_{ACD}$.</p>	2 pont	
<p>Így $4t + T = 2(t + T)$.</p>	1 pont	
<p>Ebből $t = \frac{T}{2}$ adódik.</p>	1 pont	

Ezért $t_{ACD} = t + T = \frac{3}{2}T$, és $t_{ABC} = 4t + T = 3T$.	2 pont	
Mivel $t_{ABCD} = t_{ABC} + t_{ACD}$, ezért az ABCD trapéz területe 4,5-szerese T-nek.	1 pont	
Összesen:	16 pont	

6. a)		
A tyúkok számát 4%-kal csökkentve: $10000 \cdot 0,96$,	1 pont	
az 1 tojóra jutó tojástermelés $\frac{2,20 \cdot 10^6}{10000} \cdot 1,08$ lett.	2 pont	
Tehát az évi termelés: $10000 \cdot 0,96 \cdot \frac{2,20 \cdot 10^6}{10000} \cdot 1,08$.	1 pont	
Kiszámítva: $2280960 \approx 2,28 \cdot 10^6$ Tehát az évi termelés kb. 2,28 millió darab tojás.	1 pont	<i>Ha a megoldás során számolási hibát ejt, ez az egy pont nem jár.</i>
Összesen:	5 pont	
b)		
A keresett százalékot p -vel jelölve ($p < 30$), a tyúkok számát p %-kal csökkentve adódik, hogy számuk $10000 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)$.	1 pont	
Az 1 tojóra jutó tojástermelés $\frac{2,20 \cdot 10^6}{10000} \cdot \left(1 + \frac{2p}{100}\right)$ lett.	2 pont	
A szöveg szerint $10000 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) \cdot \frac{2,20 \cdot 10^6}{10000} \cdot \left(1 + \frac{2p}{100}\right) =$ $= 2,20 \cdot 10^6 \cdot 1,08$.	1 pont	
Azaz $\left(1 - \frac{p}{100}\right) \left(1 + \frac{2p}{100}\right) = 1,08$.	1 pont	<i>Ha a szöveg alapján azonnal ezt az egyenletet írja fel, akkor is megkapja az előző pontokat.</i>
Az egyenlet mindkét oldalát 10 000-rel szorozva: $(100 - p)(100 + 2p) = 10800$.	1 pont	
A kijelölt szorzás elvégzése után: $10000 + 100p - 2p^2 = 10800$.	1 pont	
Az egyenlet rendezése után a $p^2 - 50p + 400 = 0$ másodfokú egyenlethez jutunk.	1 pont	
Ennek megoldásai: 40 és 10.	1 pont	

Mivel $p < 30$, így csak 10 lehet a megoldás.	1 pont	
Valóban, ha a 9000-re csökkentett létszám esetén 20%-kal nő az egy tyúkra jutó tojásmennyiség, azaz $\frac{2,20 \cdot 10^6}{10000} \cdot 1,2$ lesz, akkor az évi termés $2,20 \cdot 10^6 \cdot 1,08$. Tehát 10%-kal kell csökkenteni a tyúkok számát.	1 pont	
Összesen:	11 pont	

7. a)		
Nyolc olyan dominó van, amelynek mind a két térfelén ugyanannyi a pöttyök száma.	2 pont	
Az olyan dominók száma, amelyeknek a két térfelén különböző számú pötty áll, annyi van, ahányféleképpen kiválasztható két szám a 0, 1, 2, ..., 7 számok közül, a sorrendet nem véve figyelembe, tehát $\frac{8 \cdot 7}{2}$, azaz 28-féleképpen.	2 pont	
Tehát összesen $28 + 8 = 36$ kőből áll a dominókészlet.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

b)		
Egy kő két „térfelén” lévő pöttyök számának összege 8 a következőképpen lehet: (1; 7), (2; 6), (3; 5) és (4; 4), tehát négyféleképpen.	1 pont	
	1 pont	
A keresett valószínűség: $p = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

c) I. megoldás		
Két eset különböztethető meg: 1. eset: Ugyanannyi pötty van az első kő mindkét térfelén. Ekkor a második kő pontosan akkor illeszthető hozzá, ha ennek a kőnek az egyik térfelén ugyanannyi pötty van, mint az elsőén. Annak a valószínűsége, hogy $(n; n)$ típusú követ húzunk ki $p_1 = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$, hiszen n értéke 8-féle lehet.	1 pont	
A második kő egyik térfelén n pötty van, a másikon hétféle lehet a pöttyök száma, így $p_2 = \frac{7}{35} = \frac{1}{5}$.	1 pont	
A két kő kihúzásának valószínűsége: $p = p_1 \cdot p_2 = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{45}$.	1 pont	

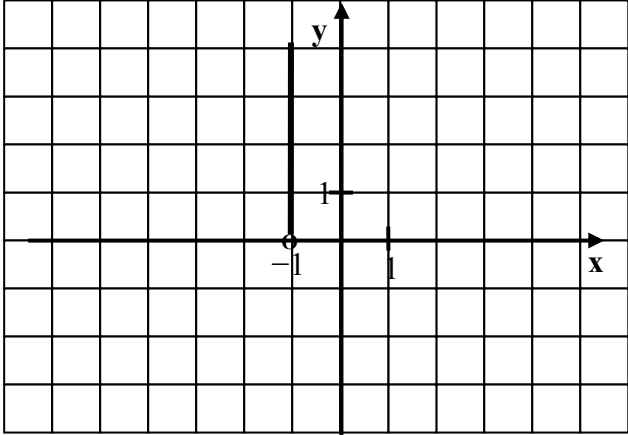
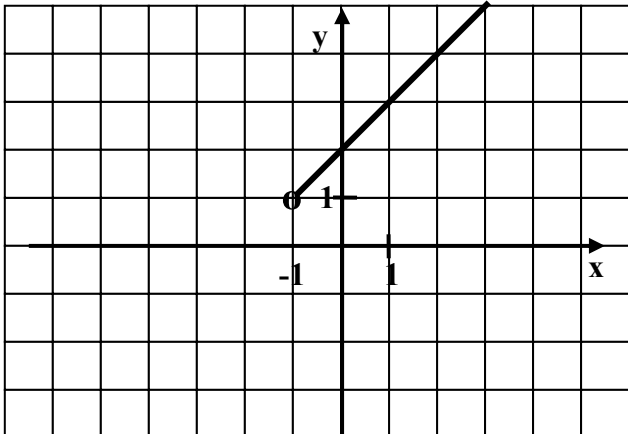
<p>2. eset: A kihúzott első kő két térfelén különböző a pöttyök száma ($n; k$), ahol $n \neq k$. A 36 kőből 28 ilyen típusú van, így egy ilyen kő kihúzásának valószínűsége: $q_1 = \frac{28}{36} = \frac{7}{9}$.</p>	1 pont	
<p>Hozzáilleszthető a második kő, ha annak egyik térfelén n vagy k pötty van. Mindkét fajtából hét-hét darab van a készletben, ezért ezen eset bekövetkezésének valószínűsége: $q_2 = \frac{14}{35} = \frac{2}{5}$.</p>	1 pont	
<p>Tehát a 2. esetben annak valószínűsége, hogy a két kő egymáshoz illeszthető: $q = q_1 \cdot q_2 = \frac{7}{9} \cdot \frac{2}{5} = \frac{14}{45}$.</p>	1 pont	
<p>Az egymáshoz illeszthető két kő kihúzása az 1. vagy a 2. módon következhet be, így a keresett valószínűség: $P = p + q = \frac{2}{45} + \frac{14}{45} = \frac{16}{45} \approx 0,36$.</p>	2 pont	
Összesen:	8 pont	

c) II. megoldás		
<p>8 olyan dominó van, amelynek egyik térfelén nincs pötty. Ezek közül 2 db $\binom{8}{2}$-féleképpen választható ki.</p>	2 pont	
<p>A 8 olyan dominó közül, amelyeknek az egyik térfelén 1 pötty van $\binom{8}{2}$-féleképpen választható ki 2 db. Ezt a gondolatmenetet folytatva, $\binom{8}{2}$-féleképpen választható ki 2 db azon 8 dominó közül, amelyeknek az egyik térfelén 7 pötty van.</p>	2 pont	
<p>A kedvező esetek száma tehát $8 \cdot \binom{8}{2}$.</p>	1 pont	
<p>Az összes esetek száma: $\binom{36}{2}$.</p>	1 pont	
<p>A keresett valószínűség: $\frac{8 \cdot \binom{8}{2}}{\binom{36}{2}} = \frac{16}{45}$.</p>	2 pont	<i>Az eredmény elfogadható akkor is, ha a binomiális együtthatókat nem számolja ki.</i>
Összesen:	8 pont	

8. a)		
<p>Az ABC szabályos háromszög oldalhossza: $a = \sqrt{3}$. Az ABC súlypontja $0,5$ dm távolságra van a háromszög oldalegyeneseitől, s mivel $x < 0,5$, így ez a súlypont az $A_1B_1C_1$ háromszög az ABC háromszög belsejében van.</p>	<p>2 pont</p>	<p><i>A pontszám a szöveg helyes értelmezéséért jár, amit vagy egy ábra vagy a leírt gondolatmenet és a számítás tanúsít.</i></p>
	<p>2 pont</p>	<p><i>Az $A_1B_1C_1$ háromszög oldalhosszának megállapításáért összesen 3 pont adható.</i></p>
<p>Az A_1, B_1, C_1 pontok rendre az ABC háromszög A-ból, B-ből és C-ből induló belső szögfelezőjének egy-egy pontja. Jelöljük b-vel az $A_1B_1C_1$ háromszög oldalának hosszát. Az ábra szerinti $C C_1 T$ derékszögű háromszögben legyen $x = C_1T$ és $y = TC$. Ekkor $\text{ctg } 30^\circ = \frac{y}{x}$, így $y = x\sqrt{3}$.</p>	<p>1 pont</p>	
<p>A tengelyes szimmetria figyelembe vételével: $b = \sqrt{3} - 2x\sqrt{3}$.</p>	<p>1 pont</p>	<p><i>A számszorzó közelítő értékkel való megadása is elfogadható.</i></p>
$T_{A_1B_1C_1} = \frac{b^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}(1-2x)^2}{4} \text{ (dm}^2\text{)}$	<p>6 pont</p>	
Összesen:		

b)														
A hasáb alaplappja $A_1B_1C_1$ háromszög, magassága x . $V(x) = T \cdot x = \frac{3\sqrt{3}(1-2x)^2}{4} \cdot x = \frac{3\sqrt{3}}{4}(4x^3 - 4x^2 + x),$	1 pont													
ahol $0 < x < \frac{1}{2}$.	1 pont													
A V függvény differenciálható az értelmezési tartományán és $V'(x) = \frac{3\sqrt{3}}{4}(12x^2 - 8x + 1).$	2 pont													
$\frac{3\sqrt{3}}{4}(12x^2 - 8x + 1) = 0.$	1 pont													
Megoldásai: $\frac{1}{2}$ illetve $\frac{1}{6}$.	1 pont													
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td>$0 < x < \frac{1}{6}$</td> <td>$x = \frac{1}{6}$</td> <td>$\frac{1}{6} < x < \frac{1}{2}$</td> </tr> <tr> <td>$V'(x)$</td> <td>pozitív</td> <td>= 0</td> <td>negatív</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>növvő</td> <td>max.</td> <td>csökkenő</td> </tr> </table>		$0 < x < \frac{1}{6}$	$x = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6} < x < \frac{1}{2}$	$V'(x)$	pozitív	= 0	negatív	V	növvő	max.	csökkenő	3 pont*	<i>Oszloponként 1-1 pont adható.</i>
	$0 < x < \frac{1}{6}$	$x = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6} < x < \frac{1}{2}$											
$V'(x)$	pozitív	= 0	negatív											
V	növvő	max.	csökkenő											
A hasáb térfogata maximális, ha az x távolságot $\frac{1}{6}$ dm hosszúnak választjuk.	1 pont	<i>Az 1 pont jár a mértékegységgel megadott végeredményért, közeliítő értékkel való megadás esetén is.</i>												
<p><i>*Megjegyzés: A 3 pont az alábbi módokon is bontható:</i></p> <p><i>A V' függvény az $\frac{1}{6}$ helyen előjelet vált, (1 pont)</i></p> <p><i>mégpedig pozitívba negatívba (1 pont).</i></p> <p><i>A V függvénynek az $\frac{1}{6}$ helyen lokális maximuma van. (1 pont)</i></p> <p>vagy</p> <p>$V''(x) = \frac{3\sqrt{3}}{4}(24x - 8) \text{ (1 pont)}$</p> <p>$V''\left(\frac{1}{6}\right) < 0 \text{ (1 pont)}$</p> <p><i>A V függvénynek az $\frac{1}{6}$ helyen lokális maximuma van. (1 pont)</i></p>														
Összesen:	10 pont													

9. a)		
Mivel $\lg ab = \lg a + \lg b$, és $\lg \frac{b}{a} = \lg b - \lg a$, így $B(\lg a + \lg b; \lg b - \lg a)$.	1 pont	
Bizonyítandó tehát, hogy $\lg a < \lg a + \lg b$ és $\lg b < \lg b - \lg a$.	1 pont	
rendezés után kapjuk, hogy $\lg b > 0$ és $\lg a < 0$. A feltételek szerint $0 < a < 1$, illetve $1 < b$, és a tízes alapú logaritmus függvény szigorúan növe a pozitív számok halmazán valamint $\lg 1 = 0$, tehát mindkét egyenlőtlenség igaz.	1 pont	<i>Nem adható az 1 pont, ha nem utal a függvény monotonitására.</i>
Összesen:	3 pont	
b)		
$(\vec{OA} - \vec{OB}) = \vec{BA}(-\lg b; \lg a)$	1 pont	
Mivel az \vec{OA} és az $\vec{OA} - \vec{OB}$ vektorok skaláris szorzata a megfelelő koordináták szorzatának összege, vagyis $\vec{OA} \cdot (\vec{OA} - \vec{OB}) = -\lg a \cdot \lg b + \lg b \cdot \lg a = 0$, tehát a két vektor merőleges egymásra.	2 pont	
Összesen:	3 pont	
c) (1. megoldás)		
\vec{OA} , \vec{OB} és $\vec{OA} - \vec{OB}$ egyike sem nullvektor. Mivel $ \vec{OA} = \sqrt{\lg^2 a + \lg^2 b} = \vec{OA} - \vec{OB} $,	2 pont	
tehát az OAB háromszög egyenlő szárú és derékszögű ($OAB\angle = 90^\circ$),	1 pont	
így $(\vec{OA}, \vec{OB})\angle = 45^\circ$.	1 pont	
Összesen:	4 pont	
c) (2. megoldás)		
$ \vec{OA} = \sqrt{\lg^2 a + \lg^2 b}$ és $ \vec{OB} = \sqrt{(\lg a + \lg b)^2 + (\lg b - \lg a)^2} = \sqrt{2 \cdot (\lg^2 a + \lg^2 b)}$	2 pont	
Mivel $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \lg^2 a + \lg^2 b$ és $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OA} \cdot \vec{OB} \cdot \cos \alpha = \sqrt{2} \cdot (\lg^2 a + \lg^2 b) \cdot \cos \alpha$, ahol $AOB\angle = \alpha$.	1 pont	
Innen $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$, és α hegyesszög, így $(\vec{OA}, \vec{OB})\angle = 45^\circ$.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

d)		
$A(-1; \lg b).$	1 pont	
<p>A tízes alapú logaritmus függvény szigorúan növekvő, folytonos, felülről nem korlátos függvény, így $\lg b$ tetszőleges pozitív értéket vehet fel. Ezért az A pontok halmaza azon nyílt kezdőpontú félegyenes, amelynek $(x; y)$ koordinátái kielégítik az $x = -1$ egyenletet és az $0 < y$ egyenlőtlenséget.</p> 	1 pont	<i>A pont akkor is jár, ha csak ábrán rajzolja meg helyesen a keresett ponthalmazt.</i>
$B(\lg b - 1; \lg b + 1)$	1 pont	
A B pont második koordinátája 2-vel nagyobb az első koordinátájánál ($\lg b + 1 = (\lg b - 1) + 2$).	1 pont	
$\lg b - 1$ tetszőleges, (-1) -nél nagyobb szám lehet, így $\lg b + 1$ tetszőleges 1-nél nagyobb értéket vesz föl.	1 pont	
<p>Így a B pontok halmaza azon nyílt kezdőpontú félegyenes, amelynek $(x; y)$ koordinátái kielégítik az $y = x + 2$ egyenletet és az $-1 < x$ egyenlőtlenséget.</p> 	1 pont	<i>A pontok akkor is járnak, ha csak ábrán rajzolja meg helyesen a keresett ponthalmazt. A karika hiánya, vagy nem egyértelmű koordináta-rendszer esetén 1-1 pont levonás.</i>
Összesen:	6 pont	